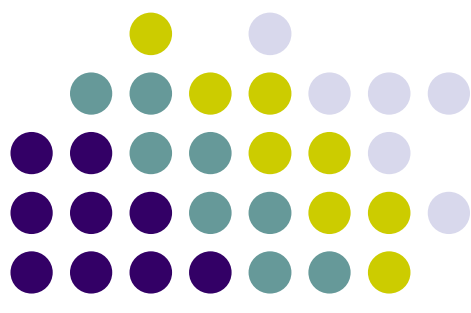


Véletlen számok, statisztika

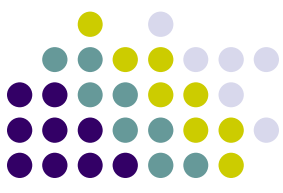
A fizika numerikus módszerei I.
mf1n1a06- mf1n2a06
Csabai István



Véletlen a tudományokban és mindennapokban



- Biológia: mutáció, egyedek különbözősége
- Matematika: π számjegyei (pseudo-random), prímszámok, valószínűség számítás
- Titkosítás
- Tőzsde (Black-Scholes)
- Szerencsejáték, sorsolás
- Mindennapok, balesetek : statisztikusan determinisztikus – egyedileg véletlen
- Numerikus módszerek: Monte Carlo integrálás, szimulációk kiindulási feltétel, simulated annealing



Véletlen a fizikában

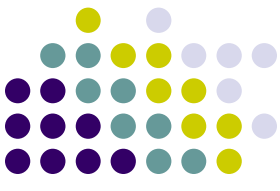
- Nagyon sok részecskét nem tudunk egyenként követni
 - Statisztikus fizika, termikus jelenségek, egyéb jelenségek
- Káosz
 - Kevés részecske + nemlineáris kölcsönhatások, determinisztikus, de véletlennek tűnő viselkedés
- Mérési zaj
 - A mérési hibákat véletlen változókkal modellezzük
- A fizika bizonyos jelenségei igazán véletlenszerűek
 - Kvantummechanika (Bell egyenlőtlenségek), részecskebomlás
- Véletlen, determinizmus



A véletlen és a törvények

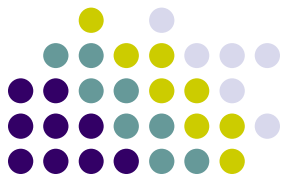
- A véletlenség nem jelenti azt, hogy nincsenek szabályok
 - felezési idő, kvantummechanikai átmeneti valószínűségek pontos szabályokat követnek
 - Gáztörvények, Ohm törvény, mikroszkopikus véletlen jelenségek – makroszkopikus determinisztikus törvények
- Eloszlások, várható érték, szórás

A számítógépek és a véletlen, véletlen-generátorok



- Kocka, kártya-keverés, táblázatok
- A számítógép determinisztikus, nincs beleépítve valódi véletlen folyamat
 - De léteznek hardver véletlenszám generátorok
 - Zener-dióda, légköri zaj, részecske-bomlás, fotonok
- Kolmogorov komplexitás: egy bitsorozat akkor véletlen, ha csak nála hosszabb program tudja előállítani
- Ál-véletlen számok (pseudo-random)
 - Előrejelezhetetlen \neq véletlen (titkosítás)
 - Óra, disz-hozzáférés idő, felhasználó viselkedés
 - `/dev/random`, `CryptGenRandom`

Ál-véletlen generátorok

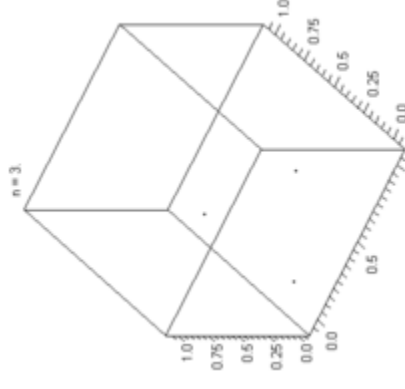


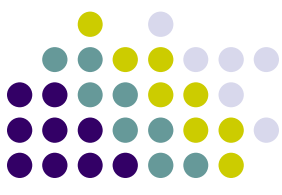
„Anyone who considers arithmetical methods of producing random digits is, of course, in a state of sin.” — John von Neumann (1951)

- Véges periódus, sorrend „véletlen”
- Lineáris maradékképzésen alapuló módszer (Linear congruential generator)

$$r_{j+1} = (a * r_j + b) \text{ mod } m$$

- a , b , m paraméterek megválasztására érzékeny
- Számos más algoritmus (pl: http://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne_twister)





Véletlenség tesztelése

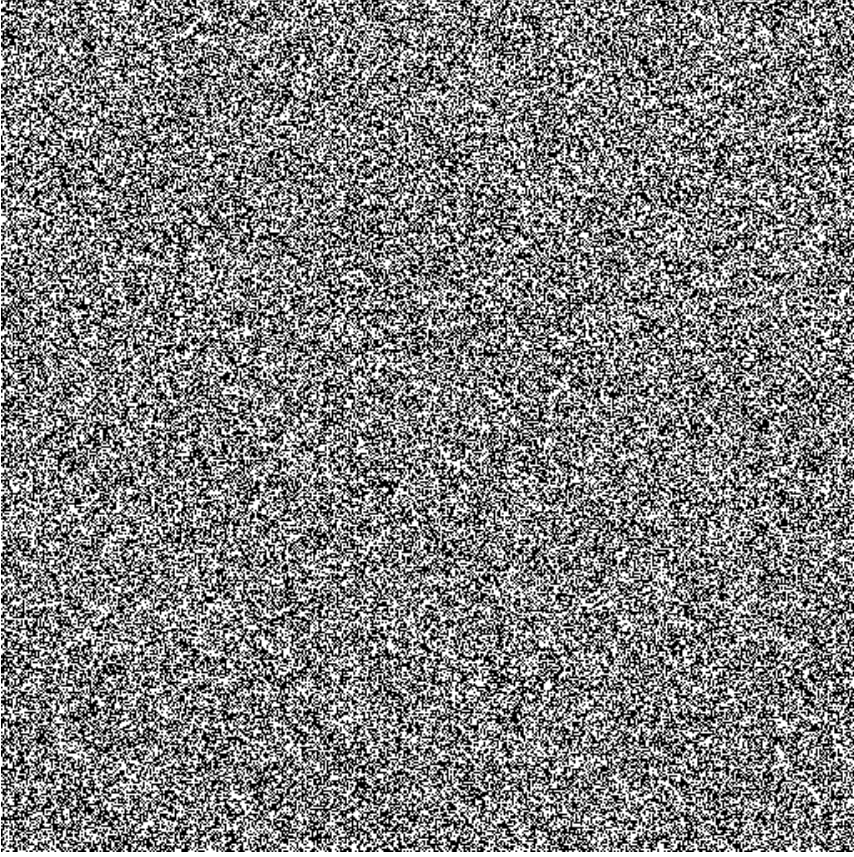
DILBERT By SCOTT ADAMS



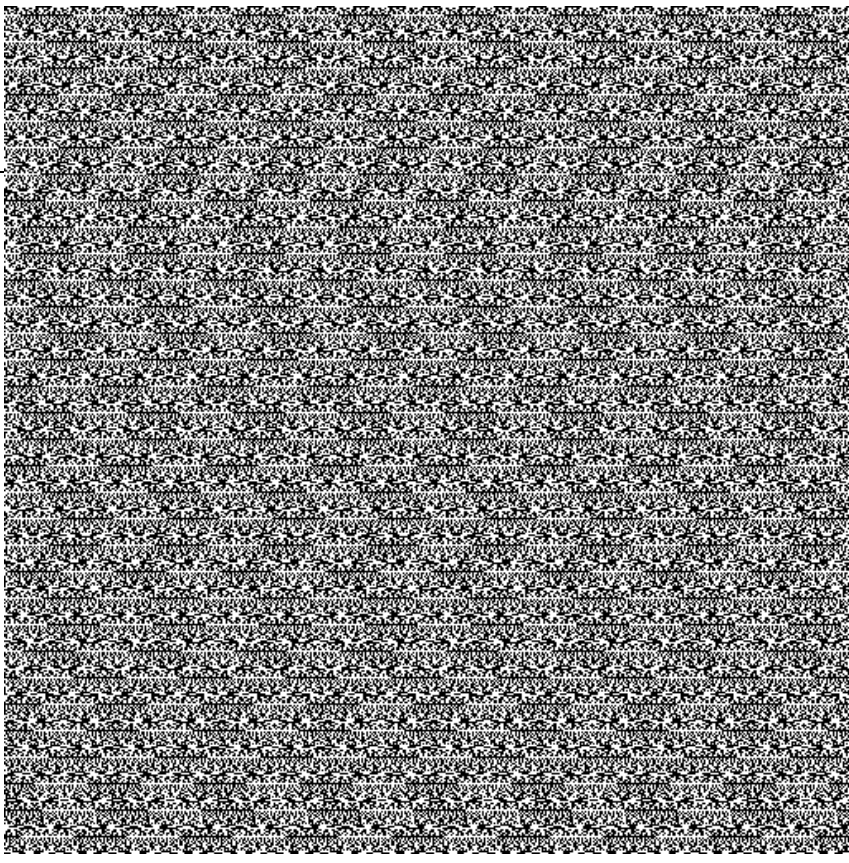
- Tetszőleges sorozat előfordul benne
- Eloszlás, bit gyakoriság, entrópia
- Autokorreláció, Fourier-spektrum
- Stb: http://en.wikipedia.org/wiki/Diehard_tests
- Vizuális elemzés



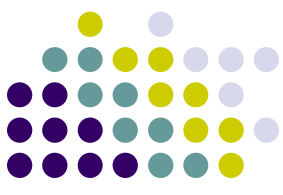
Vizuális elemzés: 512x512 bitmap



Random.org



PHP rand() (Windows)



Octave: rand()

- Egyenletes eloszlású számok $(0,1)$ intervallumban

```
octave:##> rand(2, 3)
```

```
ans =
```

```
0.8275406  0.6069109  0.1631404  
0.0093021  0.6872259  0.0675107
```

```
octave:694> rand(1)
```

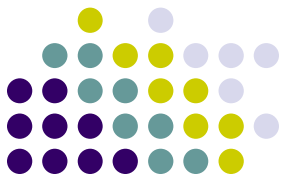
```
ans = 0.67287
```

Kezdőérték: seed



```
octave:##> rand("seed")
ans = 1.1201e-30
octave:##> rand("seed", 0.5)
octave:##> rand("seed")
ans = 0.50000
octave:##> rand(2,3)
ans =
0.7359453 0.0052281 0.4931051
0.0767107 0.6611219 0.2446826
```

```
octave:##> rand(2,3)
ans =
0.908240 0.399675 0.979005
0.433567 0.015295 0.265882
octave:##> rand("seed", 0.5)
octave:##> rand(2,3)
ans =
ans =
0.7359453 0.0052281 0.4931051
0.0767107 0.6611219 0.2446826
```



Eloszlások

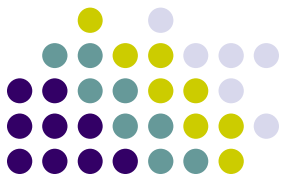
- **Egyenletes**
 - **véletlenszám**

```
octave:##> uniform_rnd(0,10,2,3)
ans =
  7.359453  0.052281  4.931051
  0.767107  6.611219  2.446826
```
 - **sűrűségfüggvény**

```
octave:##> uniform_pdf(5,0,10)
ans = 0.10000
```
 - **kumulatív eloszlás**

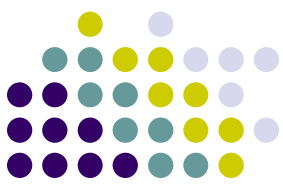
```
octave:718> uniform_cdf(5,0,10)
ans = 0.50000
```
 - **inverz kumulatív**

```
octave:723> uniform_inv(0.5,0,10)
ans = 5
```



Eloszlások

- normal_, lognormal_, gamma_, binomial_
poisson_ ...
- Help (dokumentáció a weben nem friss)



Statisztikai függvények

- **mean** (x , dim , opt)
opt = „a” „g” „h”
 - számtani, mértani, harmonikus
- **median** (x)
- **std** (x)
- **range** (x)
- **moment** (x , p)