

BSC FIZIKA VEKTORSZÁMÍTÁS 1. GYAKORLÓ FELADATSOR

1. **a)** Legyen $z_1 = -3\sqrt{3} + 3i$ és $z_2 = 6 \cdot (\cos(-\pi/3) + i \cdot \sin(-\pi/3))$! Számítsuk át őket exponenciális, ill. algebrai alakba! Számoljuk ki a $z_1 \cdot z_2$ szorzatot mindkét alakban és ellenőrizzük, hogy azonos-e az eredmény!

b) Számoljuk ki a z_1/z_2 hányadost mindkét alakban és ellenőrizzük, hogy azonos-e az eredmény!

c) Adjuk meg algebrai, trigonometrikus és exponenciális alakban a következő egyenletek komplex megoldásait:

$$\cos z = -3$$

$$q^5 = z_1$$

Ábrázoljuk a számokat a Gauss-síkon!

2. Számoljuk ki az $a = 7 + 2i$, $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1+i \\ 2+2i \\ 3+3i \end{pmatrix}$, $\underline{w} = \begin{pmatrix} 1+i \\ 2-2i \\ -3+3i \end{pmatrix}$ mennyiségekre

az

$a^* \cdot \underline{v}$, $\underline{v} + \underline{w}$, $\underline{v} \underline{w}$, $\text{Re}(\underline{w} \underline{v})$, $\underline{v} \times \underline{w}$, $\underline{w} \times \underline{v}$ alapműveletek eredményét! Azonosságokat is szabad használni.

3. Két egyenes fekszik az xy síkon. Mekkora szöget zárnak be,

- ha egységnyi hosszú irányvektoraik egymásra vett merőleges vetülete $\sqrt{3}/3$?
- ha az irányvektorok által kifeszített paralelogramma területe $\sqrt{2}/2$ lenne?
- ha az egyik vektor első komponense $\sqrt{5}/5$, a másik irányvektor második komponense pedig $\sqrt{3}/2$?

4. **a)** Írjuk fel annak feltételét vektorművelettel, hogy

$$\alpha \underline{a} + \beta \underline{b} \quad \text{merőleges} \quad \alpha \underline{a} - \beta \underline{b}$$

vektorra!

b) Milyen vektorok \underline{a} és \underline{b} , ha ez a merőlegesség tetszőleges α, β számok esetén teljesül?

5. Számoljuk ki az $\underline{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\underline{B} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ mennyiségekre az $\underline{A} \underline{v}$, $\underline{A} + \underline{B}$, $7 \cdot \underline{A}$, alapműveletek eredményét!

6. a) Mekkora a távolság a következő egyenesek között? Az egyik egyenes irányvektora

párhuzamos az $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorral, a másik egyenes irányvektora párhuzamos az

$\underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorral. Az \underline{a} -val párhuzamos egyenes átmegy a $\underline{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, a \underline{b} -vel

párhuzamos egyenes pedig átmegy a $\underline{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ponton.

b) Ugyanaz, mint a b) pontban, de most $\underline{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

7. a) A térben milyen geometriai alakzatokat határoznak meg az alábbi egyenletek külön-külön?

$$\begin{aligned} 1x - 2y + 3z &= 9 \\ x^2 - 7x + y^2 + 2y + z^2 + 3z &= 9 \\ (2^2 + 1 + 2^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (-2x + y + 2z)^2 &= 9 \end{aligned}$$

b) Adjuk meg az $\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ középpontú, origót érintő gömb felszínének egyenletét!

c) Adjuk meg annak a végtelen hengerpálástnak az egyenletét, aminek a forgástengelye az origón átmegy és az $\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorral párhuzamos!

8. Számoljuk ki az alábbi műveletek eredményét! Milyen mennyiséget kapunk végeredménynek (skalár, vektor, mátrix)?

$$(\underline{a} \times \underline{b}) \times (\underline{b} \times \underline{c})$$

$$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{knl}\varepsilon_{lmi}\delta_{mn}$$

9. Egy origón átmenő síkot a rá merőleges $\underline{m} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ vektorral adunk meg. Vetítsük

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ vektort e síkra

a) a vetítés mátrixának kiszámítása nélkül!

b) a vetítés mátrixának kiszámításával!